6장 관마찰 손실

6장의 중요부분 : 다시(Darcy)방정식, 관마찰 계수의 크기

-. 관 흐름에서 유체마찰로 인해 발생하는 손실수두의 크기 계산

-. 난류의 경우 손실수두 계산 식 : 다시 방정식(Darcy-Weisbach Equation)

(이 방정식은 층류인 경우도 사용할 수 있다)

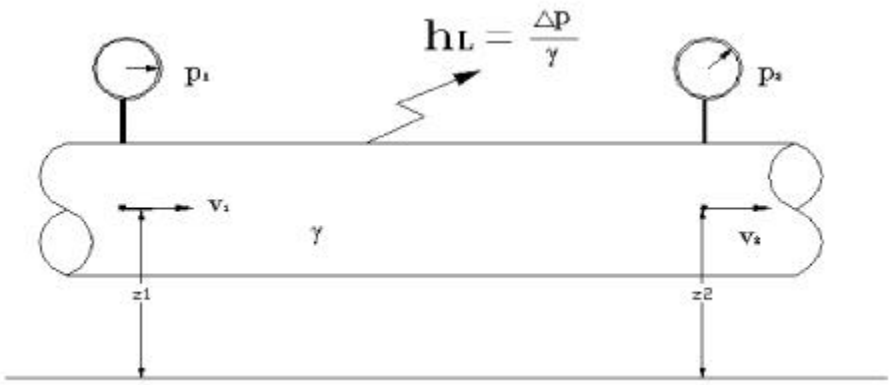
-. 이 방정식에서 가장 중요한 부분이 관 마찰계수를 결정하는 것이다.

-. 이 장에서는 다시 방정식을 소개하고, 관마찰 계수의 크기를 구하여

관흐름에서 발생하는 손실수두(또는 압력강하)를 계산하는 것이 주 목적

6.1 다시 방정식 (Darcy-Weisbach Equation)

아래와 같은 관 흐름에서 에너지의 유출입 관계로서 방정식을 세워보자.



$E_1 - h_L = E_2$ 가 된다. 이를 유체의 에너지 항으로 바꾸어 주면,

$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 - h_L = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2$ 이 된다. 또는 압력에 관한 방정식으로 쓰면,

$p_1 + \frac{\rho}{2} v_1^2 + \rho g z_1 - \Delta p = p_2 + \frac{\rho}{2} v_2^2 + \rho g z_2$ 이 된다.

여기서 h_L 또는 Δp를 구하는 것이 유체 마찰손실이며,

여기서는 다음과 같이 나타내어지는 다시-바이스바하 방정식으로 구해본다.

다시-바이스바하 방정식 $h_L = f \frac{\ell}{d} \frac{v^2}{2g}$ $\left(\Delta p = f \frac{\ell}{d} \frac{\gamma v^2}{2g}\right)$

여기서 f : 관마찰 계수 (Re수 와 상대조도의 함수이다)

ℓ, d : 원관의 길이 및 직경

v : 원관내의 유체의 속도

6.2 관마찰 계수 f 의 값

(1) 층류인 경우 : (Re<2000) [Re수] 만의 함수가 된다

하겐-포와제유 방정식으로 구하는 것인데, 만약 이를 다시 방정식으로 구할 수 도 있다.

그 방법은 하겐-포와제유 방정식과 동일한 결과가 나오도록 다시 방정식의 관마찰 계수를 만들면 된다. 즉,

하겐-포와제유 방정식 $\Delta p = \frac{128\mu \ell Q}{\pi d^4}$, 다시 방정식 $\Delta p = f\frac{\ell}{d}\frac{\gamma v^2}{2g}$ 을 등치시키면,

$\frac{128\mu \ell Q}{\pi d^4} = f\frac{\ell}{d}\frac{\gamma v^2}{2g}$ 에서 $f = \frac{128\mu lQ}{\pi d^4}\frac{d}{\ell}\frac{2g}{\gamma v^2}$ 이 되고, 여기서

$Q = A\,v = \frac{\pi d^2}{4}v$, $\gamma = \rho g$ 의 관계를 대입하면,

$$f = \frac{128\mu l\frac{\pi d^2}{4}v}{\pi d^4}\frac{d}{\ell}\frac{2g}{\rho g v^2} = \frac{64\mu}{d\rho v} = 64\left(\frac{\mu}{vd\rho}\right) = \frac{64}{Re}$$

따라서 층류인 경우 하겐-포와제유 방정식 대신에 다시 방정식을 사용하려면

관마찰계수 $f = \frac{64}{Re}$ 로 잡아주면 동일한 결과가 된다.

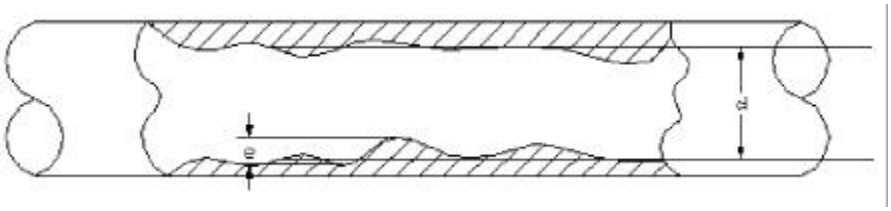
즉, $\Delta p = \frac{128\mu \ell Q}{\pi d^4}$ 와 $\Delta p = \frac{64}{Re}\frac{\ell}{d}\frac{\gamma v^2}{2g}$ 가 동일한 결과라는 것이다.

(2) 난류인 경우 : (Re>4000) [Re수] 와 [상대조도] 의 함수가 된다

1) 상대조도란?

-. 관벽의 조도(粗度, roughness) : 관벽의 거칠기

아래 그림에서 e 로 표시한 부분이다.



-. 상대조도 : $\frac{d}{e}$ (관의 내경에 대한 관의 거칠기 비로 무차원이다)

(관의 상대조도가 작을수록 손실이 커질 것이라는 것은 상식적으로 알 수 있다)

-. 층류인 경우 관벽의 조도는 손실에 크게 영향을 미치지 않지만,

난류인 경우에는 관벽의 상대조도는 Re수와 함께 손실의 크기를 결정하는 요인이 된다.

(관벽의 조도를 알기 위해서는 교재의 p147 표6.1 과 같은 데이터를 이용해야 한다)

2) 관마찰계수를 구하는 방법

① 그래프로서 구하는 방법 : 무디(Moody) 선도

교재 p148**의 그림** 6.3**을 이용하여 관마찰계수를 찾으면 된다.**

(흐름의 Re**수 , 관벽의 상대조도 값을 가지고 구한다)**

(예) 내경 $d = 30[cm]$**의 수평으로 놓여진 주철관이 있다. 이 관속을**

동점성계수 $\nu = 1.15\times10^{-6}[m^2/s]$**, 유속** $v = 2[m/s]$**의 물이 흐르고 있다.**

관 길이가 100[m]**일 때, 발생하는 손실수두 및 압력강하량을 구하시오.**

이를 수송하기 위해 필요한 펌프의 동력을 구하시오.

<1**단계**> **흐름의 형태 판별하기**

$$Re = \frac{vd}{\nu} = \frac{2\times0.3}{1.15\times10^{-6}} = 5.22\times10^5 > 4000 \rightarrow$$ **난류이다.**

<2**단계**> **상대조도 구하기**

표6.1**에 의하면 아스팔트 피복된 관의 조도는** $1.2\times10^{-4}[m]$ **이다.**

상대조도는 $\frac{d}{e} = \frac{0.3}{1.2\times10^{-4}} = 2500$

<3**단계**> **관마찰계수 구하기 (무디선도 사용)**

그림 6.3**의 무디선도에서** $Re = 5\times10^5$, $\frac{d}{e} = 2500$**으로 관마찰계수** f **값을 찾으면,**

$f = 0.019$**가 된다.**

<4**단계**> **관마찰 손실 수두 구하기**

$$h_L = f\frac{\ell}{d}\frac{v^2}{2g} = 0.019\times\frac{100}{0.3}\times\frac{2^2}{2\times9.8} = 1.29(m)$$

(압력강하량은 $\Delta p = \gamma h_L = 9800\times1.29 = 12642(Pa) \fallingdotseq 12.6(kPa) = 0.129(at)$)

<5**단계**> **관마찰 손실동력 구하기**

$$L = \gamma Q h_L = 9800\times0.141\times1.29 = 1783(W) \fallingdotseq 1.8(kW) = 2.42(Ps)$$

$$(\because Q = A\,v = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3.14\times0.3^2}{4}\times2 = 0.141(m^3/s))$$

따라서 이 관이 수평으로 놓인 직경이 일정한 관이므로

펌프는 이 손실동력에 해당하는 동력만 제공해 주면 된다.

즉, 필요한 펌프의 동력은 $1.8kW$ **가 된다.**

이 예제에서 알 수 있듯이 관마찰계수만 구하면 관흐름에서의 손실은 구할 수 있다.

② 실험식으로서 구하는 방법

[Ⅰ] **스와미-자인**(Swamee-Jain)**에 의한 식**

-. **가장 일반적으로 광범위한** Re**수에 대해 적용할 수 있는 식**

상대조도 : $100 < \frac{d}{e} < 1\times 10^{6}$, **Re수** : $5\times 10^{3} < Re < 1\times 10^{8}$

$$f = \frac{0.25}{[\log(\frac{1}{3.7(\frac{d}{e})} + \frac{5.74}{Re^{0.9}})]^{2}}$$

[Ⅱ] Blasius **식 : 매끈한 관에 대해 적용 - Re수 만의 함수가 된다**

$$f = 0.3164 Re^{-0.25}$$

[Ⅲ] Nikuradse **식 : 완전난류 구역(교재 그림**6.4 **참조) - 상대조도 만의 함수가 된다**

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2\log(3.7\frac{d}{e})$$

등 여러 가지 실험식들이 제시되고 있다.

일반적으로, [무디선도]나 아니면 [스와미-자인의 식]으로 구하면 가장 무난하다.

(교재의 연습문제 6.2)

<1**단계> 흐름의 형태를 판별한다. 이를 위해 먼저 레이놀즈수를 구한다.**

유량 $Q = 20[l/\min] = 3.33\times 10^{-4}[m^{3}/s]$

유속 $v = \frac{4\times 3.33\times 10^{-4}[m^{3}/s]}{\pi\times(0.0243[m])^{2}} = 0.718[m/s]$

비중량 $\gamma = 8.62[kN/m^{3}]$**이므로 밀도** $\rho = \frac{\gamma}{g} = 879.6[kg/m^{3}]$

점성계수 $\mu = 0.35\times 10^{-3}[Pa\cdot s]\leftarrow$ **(교재** 12**면의 그림**1.3)

$$Re = \frac{879.6\times 0.718\times 0.0243}{0.35\times 10^{-3}} = 4.1\times 10^{4}$$

따라서 이 흐름은 난류이므로 다시 방정식을 사용하여 풀이한다.

<2**단계> 관의 마찰계수 구하기**

(2-1**단계) 먼저 관벽의 조도(거칠기)를 알아야 한다.**

강관이므로 교재 147**면의 표**6.1**을 참고하여 거칠기** $\varepsilon = 4.6\times 10^{-5}[m]$**로 한다.**

따라서 상대거칠기 $\frac{D}{\varepsilon} = \frac{24.3\times 10^{-3}[m]}{4.6\times 10^{-5}[m]} = 528$**이 된다.**

(2-2**단계) 관마찰 계수 구하기**

① 무디선도를 이용하는 방법

교재 148면의 그림 6.3의 무디선도에서 위에서 구한 Re수 와 $\frac{D}{\varepsilon}$의 값에 해당하는 마찰계수를 읽으면, 대략 $f = 0.0275$이 된다.

② Swamee 와 Jain의 식을 이용하는 방법 (교재 식(6.8))

$$f = \frac{0.25}{[\log(\frac{1}{3.7\times 528} + \frac{5.74}{41000^{0.9}})]^2} = 0.0271$$

따라서 관마찰계수의 값은 $f = 0.027$로 결정하면 된다.

<3단계> 손실수두 구하기 : Darcy 방정식을 사용한다.

$$h_L = f\frac{l}{d}\frac{v^2}{2g} = 0.027\times\frac{100[m]}{0.0243[m]}\times\frac{(0.718[m/s])^2}{19.6[m/s^2]} = 2.92[m]$$

또는 압력강하량 구하기

$$\Delta p = \gamma h_L = 8620[N/m^3]\times 2.92[m] = \underline{25170[N/m^2] \fallingdotseq 25.2[kPa]}$$

<4단계> 손실동력 구하기

$$L = \gamma Q h_L = 8620\times 3.33\times 10^{-4}\times 2.92 = 8.38(W)$$

또는 $L = \Delta p Q = 25170\times 3.33\times 10^{-4} = 8.38(W)$ 와 같이 구할 수 있다.