1. 곡선(曲線) curve

(1) 곡선(曲線)의 종류(種類)

1) 평면곡선(平面曲線)

① 원(단)곡선(圓曲線)(simple curve, circular curve)

- 동일한 곡선 반경으로 이루어진 곡선

② 완화곡선(緩和曲線)(transition curve)

- 곡선반경이곡선길이에따라변화하는곡선으로직선과 원곡선 사이에 삽입하는 곡선

③ 복심곡선(複心曲線)(compound curve)

- 곡선반경이 서로 다르고 접속지점에서 곡선중심이 같은 곡선

④ 반향곡선(反向曲線)(reverse curve)

- 곡선방향이 반대 반향으로 연이은 곡선

2) 종단곡선(縱斷曲線)

① 종곡선(終曲線)(vertical curve)

- 레일길이 방향으로 부설하는 곡선으로 구배 변화점에 설치한다.

용어정리; 곡선의 표시방법에 관하여

곡선반경R(m)로 표시하는 방법과 곡선도(100ft의현으로 형성되는각)θ°로 나타내는 방법이 있는데, R(m)와θ와의 관계를 공식은

1) $R=\frac{50}{\sin\theta}(ft)$

2) $R=50\ \mathrm{cosec}\ \frac{\theta}{2}(ft)$

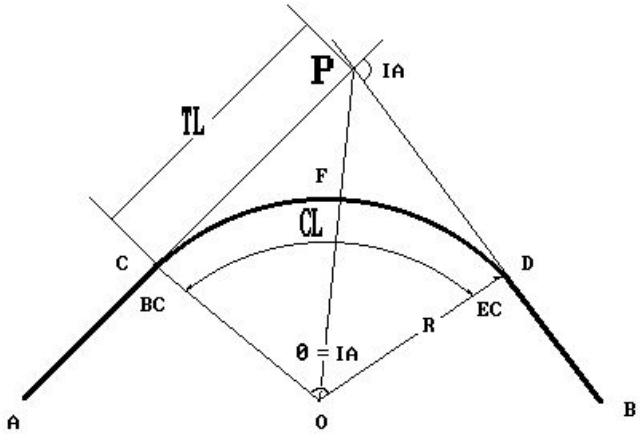
3) $R=15.24\ \mathrm{cosec}\ \frac{\theta}{2}(m)$ 이 있으며 이중에서 택한다

(2) 원곡선(圓曲線:circular curve)

1) 원곡선(圓曲線)의 정의(定義)

- 곡선반경(曲線半徑)이 같고 中心이 하나인 단순한 曲線을 말하며, 단곡선(單曲線)이라고도 한다. 지하철에서는 곡선반경 R=800 보다 큰 曲線에서는 완화곡선을 생략하고 원곡선(圓曲線)으로 만 부설한다.(도시철도 건설규칙 제 13조)

2) 원곡선(圓曲線)의 표시



- 위 그림에서와 같이 直線 AP와 BP 사이에 曲線을 삽입한다

- 곡선반경 R와 交角(IA)의 크기에 따라 접선장(接線長) TL이 결정되며 교점 P 지점에서 각각 A, B 방향으로 TL 만큼 이동시킨 지점 C, D는 원곡선 시점(BC), 원곡선 종점(EC)이 된다

- 이때 C 와 D 지점에서는 곡선이 접선하므로 ∠ACO = ∠PCO =∠BDO = ∠PDO= 직각(90도)이 된다.

□ CPDO 에서 내각의 합은 360도 이므로

∠θ+ ∠CPD = 360 - 2 x 90 = 180도

직선은 180도 이므로 ∠IA + ∠CPD = 180도

∴ ∠θ = ∠IA

직선 CP 와 DP 는 접선장(TL) 이며, 호 CD는 곡선장(CL) 이다

$TL = R \times \tan\frac{IA}{2}$

$CL = 2\pi R \times \frac{IA}{360}$

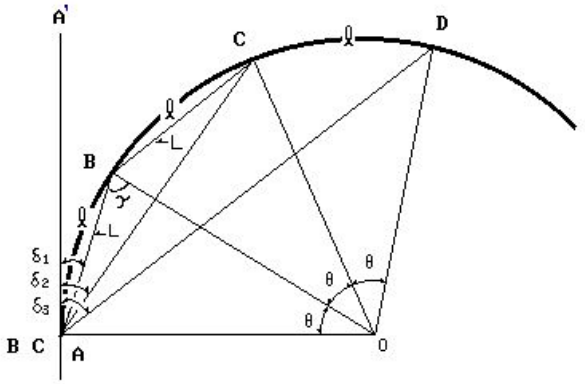
명 칭	기 호	약 자	원 어
곡선의 시점	C	BC	Beginning Curve
곡선의 종점	D	EC	End Curve
곡선의 중심	F	SP	Secant Point
교 점	P	P	Intersection Point
교 각	∠COD	IA	Intersection Angle
접 선 장	CP, DP	TL	Tangent Length
곡 선 반 경	OC, OD	R	Radius of Curve
외 활	PF	ES	External Secant
곡 선 장	CFD	CL	Curve Length

3) 곡선의 설치(편기각 법)

- 위 그림, 교점 P에서 TL을 계산하여 그 거리만큼 직선 쪽으로 후퇴한 지점에 원곡선 시점(B C)을 정한다.

- BC 지점에 트랜싯을 세우고, 직선방향에 180도로 맞추고 시준경을 반전하여 편기각(偏倚角)에 의한 각 측점을 구한다.

- 이때 기계수는 편기각(δ)을 계산하여 δ각도만큼 시준선을 틀고, 보조원은 B C 점에서 L(5M 혹은10M) 만큼 거리를 측정하여 그 끝 과 시준선을 일치시켜 A 지점을 정한다. A 지점에서 L 만큼 거리를 끌어 2δ각도 시준선과 일치 시켜 B 지점을 정한다. 이후 반복 측량을 통하여 곡선을 설치하며, 이 작업을 커브셋팅(Curve Setting) 이라 한다.



① 편기각 계산

△ ABO 에서 이등변△ 이므로

$\gamma = (180 - \theta) \div 2 = \frac{180}{2} - \frac{\theta}{2} = 90 - \frac{\theta}{2}$

ℓ (호의 길이)= $2\pi R \times \frac{\theta}{360}$

θ(호의 중심각)= $\ell \times \frac{360}{2\pi R}$

δ1(편기각)= 90 - γ(BC 에서는 기준선이 곡선과 접선하므로, 기준선과 원 중심과 수직선이 된다. ∴ ∠OAA′ = 90°이다)

$\delta 1 = 90 - (90 - \frac{\theta}{2}) = 90 - 90 + \frac{\theta}{2} = \frac{\theta}{2}$

$= (\frac{360}{2\pi R} \times \ell) \div 2 = \frac{360}{4\pi R} \times \ell = 28.64789° \times \frac{\ell}{R}$

$= 1718.87' \times \frac{\ell}{R}$

L(현) 와 ℓ (호) 관계

$L = \ell - \frac{\ell^3}{24R^2}$

② 곡선별 호장(弧長)과 현장(弦長)의 차 (단위:mm)

호장 \ R	100 m	200 m	250 m	300 m
5 m	1	0	0	0
10 m	4	1	1	0.5
20 m	33	8	5	4

4) 편기각 방법으로 곡선 설치(Curve Setting) 예

(조건) R = 247.395 I A = 18° 28′ 00″ ≒ 18.46667°

ⅠA 측점(STA) = 2k 898.273 (m)　　측점: 10m 마다 설치

TL = 247.395 x tan $\frac{18.46667}{2}$ = 40.2169 ≒40.217 (m)

CL = 2 x 247.395 x 3.142 x $\frac{18.46667}{360}$ = 79.7467 ≒ 79.747 (m)

BC 측점(STA) = ⅠA 측점(STA) - TL = 2k 898.273 - 40.217

= 2k 858.056 (m)

EC 측점(STA) = BC 측점(STA) + CL = 2k 858.056 + 79.747

= 2k 937.803 (m)

δ　= 28.64789° × $\frac{\ell}{R}$ = 1718.87 ′ × $\frac{\ell}{R}$

☞ 설명

측점은 BC점부터 시작한다.

거리(L)는 전 측점부터 다음 측점까지 계산

편기각 계산

δ = $\frac{28.64789°}{R}$ x 거리누계(ℓ)　　(단위=도)

편기각 환산은00도00분00초로 환산한다.

구 분	측 점(STA)	거 리(L)	거리누계(ℓ)	편기각(δ)	편기각 환산	비고
B C	2k 858.056					
	860.000	1.944	1.944	0.22511	0 - 13 - 30	
	870.000	10.000	11.944	1.38309	1 - 22 - 59	
	880.000	10.000	21.944	2.54108	2 - 32 - 28	
	890.000	10.000	31.944	3.69906	3 - 41 - 57	
	900.000	10.000	41.944	4.85703	4 - 51 - 25	
	910.000	10.000	51.944	6.01502	6 - 00 - 54	
	920.000	10.000	61.944	7.17300	7 - 10 - 23	
	930.000	10.000	71.944	8.33098	8 - 19 - 52	
E C	937.803	7.803	79.747	9.23455	9 - 14 - 04	

(3) 완화곡선(Transition Curve)

1) 완화(緩和) 곡선의 정의(定義)

- 열차가 直線에서 曲線으로 통과할 때나, 또는 그 반대 일 경우 곡율(曲率)의 급격한 변화로 차량(車輛)은 심하게 요동(搖動)하게된다.

- 이 현상은 열차가 직선통과 할 때에는 회전각이 0 이나, R=250 곡선에서는 20m 당(차량 1량 길이) 회전각은 2°17′ 31″ 로 커지게 되어, 원곡선 시점에서는 급격한 회전각의 변화로 차량의 동요가 심해져, 안전운행의 저해 요인이 된다.

- 이 점을 보완하기 위해 직선과 원 곡선 사이에 완화곡선을 삽입하여 회전각의 변화(곡율의 변화)를 완화시키는 것이다.

2) 주요 개념

① 곡율(曲率) : 곡선반경의 역수($\frac{1}{R}$)를 말하며, 곡선반경이 커지면 곡율은 작아지고 곡선반경이 작으면 곡율은 증가한다.

- 직선의 곡율 = 0 / ∞ = 0
- R=800m 의 곡율 = 1/800 = 0.00125
- R=400m 의 곡율 = 1/400 = 0.0025
- R=250m 의 곡율 = 1/250 = 0.004

② 회전각(回傳角 : 편기각) : 차량1량 길이(L= 20m)

- 직선의 곡율 = 0°
- R=800m 편기각 = 28.64789° x $\frac{\ell}{R}$ = 28.64789°x20/800 =0.7162°=0°42°58″
- R=400m 편기각 = 28.64789° x 20/400 = 1.4324°= 1°25′ 56.62″
- R=250m 편기각 = 28.64789° x 20/250 =2.2918°= 2°17′ 30.59″

3) 완화곡선의 종류

① 3차 포물선 ($Y=ax^3$:국철에서 사용)

- 완화곡선의 길이는 열차의 속도에 따라 결정되며, 완화곡선은 캔트 체감 거리의 시점(캔트가 0이 되는 점) 에서 반경이 무한대이고, 종점(원곡선과 접속점)에서는 원곡선 반경과 일치하게 되며 원곡선에서는 곡률 반경과 캔트가 일치한다(직선체감법)

② 크로소이드 곡선 (clothoid curve)(지하철과 도로에서 사용)곡률이 곡선장에 비례하여 체감(지하철)

③ 사인 반 파장(sin 저감곡선)

④ 렘니스케이드 곡선(lemniscate spiral) : 극좌표의 장현에 비례하여 직선체감

⑤ 4차 포물선, 3차나선,AREA나선, 등

⑥ 종곡선 상의 완화곡선 종류 ; 원곡선식, 2차 포물선식

4) 완화곡선 설치 기준

① 완화곡선의 길이 결정시 고려사항

- 차량의 고정축거(2.5m)로 3점 지지에 의한 차륜의 부상 경향이 있으므로 캔트를 완만하게 하여 차륜부상(車輪浮上)으로 인한 탈선의 위험이 없어야 한다.

- 주행 차량이 받는 단위시간당의 캔트 량이 변화와 캔트 부족량의 변화는 승차감이 나쁘지 않은 범위 내에서 일정한 값 이상이어야 한다.(AREA 기준 31.75㎜/sec)

공식 : L = 8.75 C·V (L=완화곡선길이,C=cant, V=속도(㎞/hr)

- 완화곡선의 길이는 캔트에 비례하여 길이를 정하게 된다.

- 철도청에서는 선로등급에 따라(분기부대곡선 제외) 완화곡선을 삽입하고 있으며, 그 길이는 캔트의 다음 배수 이상으로 규정하고 있다.

- 고속으로 운전하는 선로의 완화곡선 길이는 열차운전속도에 비례하여 길이를 정함

공식 : 완화곡선장(L) = $\frac{c \times n}{1000}$ **c= 캔트 n= 선로등급별 배율**

② 완화곡선 설치기준표

선 로 등 급	곡 선 반 경(m)	완 화 곡 선 의 길 이
1 급 선	2,000 이하	캔트 량의 1,300배 이상
2 급 선	1,800 이하	캔트 량의 1,000배 이상
3 급 선	1,200 이하	캔트 량의 700 배 이상
4 급 선	800 이하	캔트 량의 600 배 이상

- 지하철: 캔트량의 600배 이상

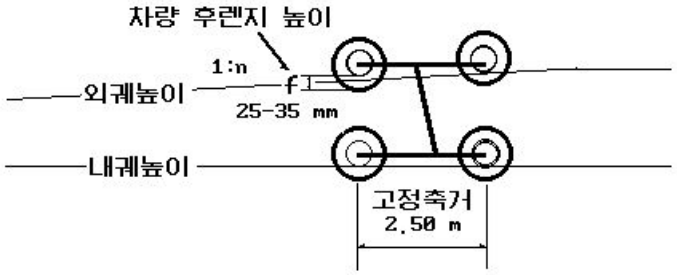
[완화곡선과 캔트체감]

③ 등급별 최소 곡선 반경 및 결정요인

- 궤간
- 열차속도
- 차량의 고정축거(국철의 고정축거 : 4.75m 이하)

선로등급	정차장외의 본선	정차장내의 본선	기 타	운전차량을 제한할 경우 측선과 분기부대곡선의 반경
1 급 선	600 m	600 m	3, 4급선에 한하여 다음 한계까지 축소할 수 있다.	주요한 것:150 m
2 급 선	400 m	500 m		기타 :120 m
3 급 선	300 m	400 m	250 m	운전차량을 제한할 경우:80 m
4 급 선	250 m	400 m	200 m	

④ 3점지지 현상



3점 지지 현상

- 완화곡선 에서는 캔트 체감 때문에, 차량의 고정축거 차륜 4개중 1개는 레일에

서 떠 있게 되어 3점지지 현상이 일어난다. 이때 그 높이 차이는 차륜 후렌지의 최소높이 25㎜를 초과해서는 안 된다.

- 지하철의 경우

고정축거 : 2,500㎜, Flange높이: 25 ~ 35㎜

고정축거÷최소후렌지 높이=2500÷25=100배

n = 캔트의 600배 이상 (부득이한 경우:450배 이상)

∴ 안전율(S)=600 ÷100 = 6

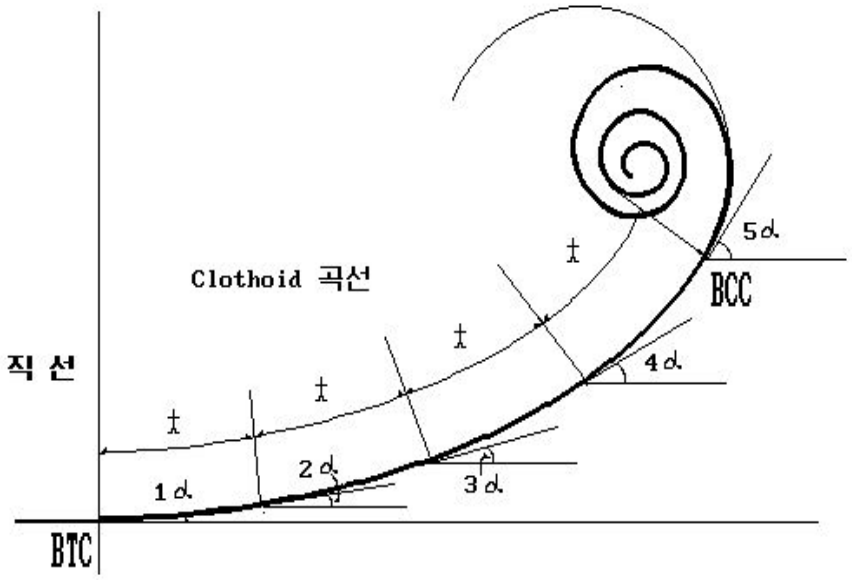
(검산) n=450 경우 : 2,500÷450=5.6㎜

안전율(S) =25 ÷5.6 = 4.46 (25-5.6=19 ㎜ 여유가 있다)

5) 크로소이드(Clothoid) 곡선의 이해

- 자동차 핸들을 중립에 놓고 주행하면 자동차 바퀴의 궤적(軌跡)은 직선을 그리게 되며, 핸들을 일정각도로 고정시키고 주행하면 궤적(軌跡)은 원 곡선을 그리게 된다.

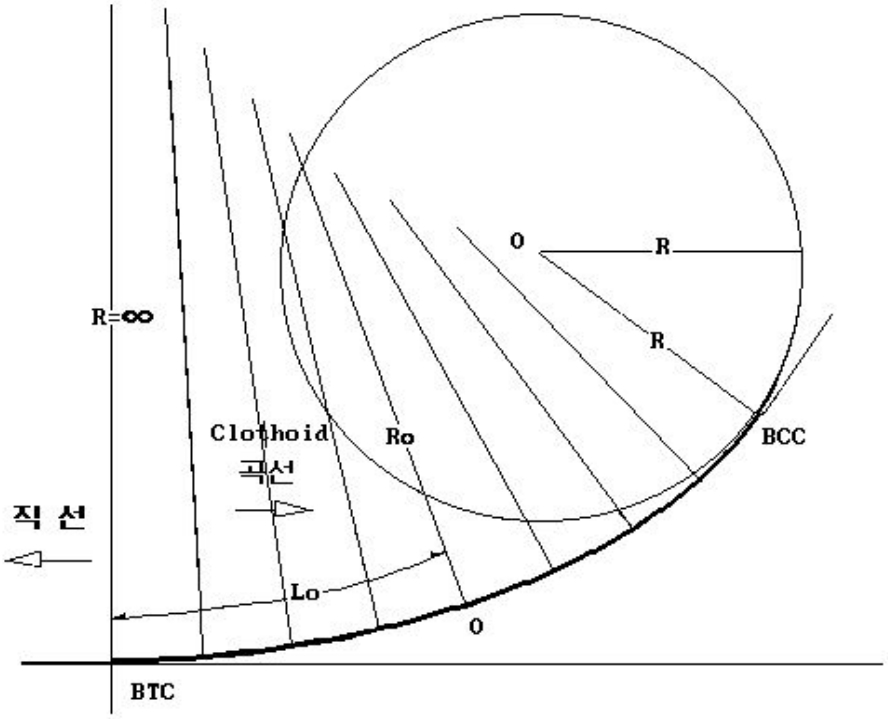
- 이때 운전자가 일정한 속도를 유지하면서, 단위시간 마다 핸들을 α 각도로 꺾게 되면 주행한 자동차 바퀴의 궤적은 아래 그림과 같이 크로소이드(Clothoid) 곡선을 그리게된다.



훌 브록 나선

- 위 그림 과 같이 t 초 후의 핸들 각도는 β = t × α 가 되며 각 지점의 곡선반경은 아래 그림과 같이 직선과 완화곡선 시점(BTC)에서는 ∞가 되며, 원곡선 시점(BCC)에서는 기존 단(單)곡선 반경이 된다.

- 이와 같이 곡선반경은 점차 작아져서 완화곡선 길이에 반비례(反比例)하면서 변화한다.



- 완화곡선 길이와 곡선 반경의 관계

$A^2 = R \times L$ A : 바로미터

$R = \frac{A^2}{L}$ R : 곡선반경

$L = \frac{A^2}{R}$ L : 완화곡선 길이(BTC부터 임의점까지 의거리)

(예) 위 그림에서

A = 100, R = 250 (m)일 때

$L = \frac{100 \times 100}{250} = 40$ (m)

임의점 O 지점의 곡선반경 Ro를 구하시오

$Ro(L = 0m) = \frac{A^2}{0} = \frac{100 \times 100}{0} = \infty$

$R1(L = 5m) = \frac{10000}{5} = 2{,}000$ (m)

$R2(L = 10m) = \frac{10000}{10} = 1{,}000$ (m)

$R3(L = 15m) = \frac{10000}{15} = 666.667$ (m)

$R4(L = 20m) = \frac{1000}{20} = 500$ (m)

$R5(L = 25m) = \frac{10000}{25} = 400$ (m)

$R6(L = 30m) = \frac{10000}{30} = 333.333$ (m)

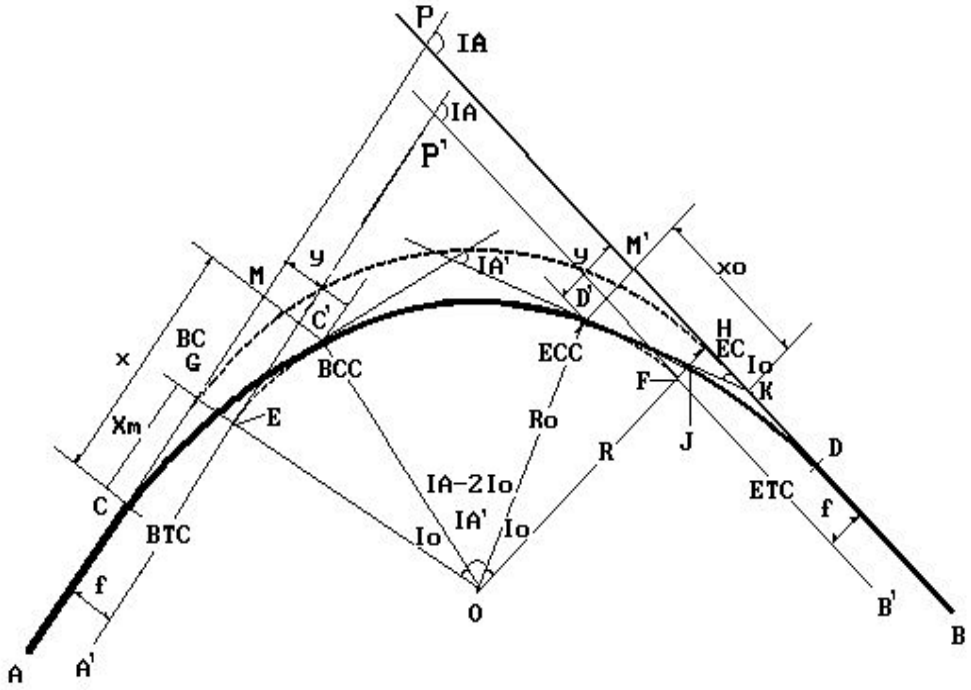
$R7(L = 35m) = \frac{10000}{35} = 285.714$ (m)

$$R8(L=40m) = \frac{10000}{40} = 250\ (m)$$

※ A^2을 면적으로, R 는 세로, L 는 가로로 생각하면 쉽게 이해 할 수 있다.

즉, 같은 면적(A^2)에서 가로(L)가 증가하면 세로(R)가 감소하고, 세로(R)가 커지면 반대로 가로(L)가 감소함을 알 수 있다.

6) 완화곡선(Clothoid) 의 표시



크로소이드 곡선(3,4호선)	구분	3차 포물선(1,2호선)
BTC:Beginning Transition Curve	완화곡선 시점	SP:Straight Parabola
BCC:Beginning Circular Curve	원곡선 시점	PC:Parabola Curve
ECC:End Circular Curve	원곡선 종점	CP:Curve Parabola
ETC:End Transition Curve	완화곡선 종점	PS:Parabola Straight

* 단어 정리

- Beginning : 처음, 시작
- Transition : 변천, 이행, 변화
- Circular : 원의, 원형의, 순환성의, 빙빙도는
- Curve : 곡선, 만곡부
- Straight : 곧은, 똑바로선
- Parabola : 수(數) 포물선

P: 교점(交點)　　I A: 교각(交角)　　G: 당초 BC지점　　H: 당초 EC지점

f: 이 정 량(곡선반경이 당초 R 에서 Ro로 변경된 만큼 이동된 거리)

Xm: BC 에서 BTC까지의 횡거

x: BTC 에서 BCC까지의 횡거

y : BTC 에서 BCC까지의 종거　　L: 완화곡선 길이

I o : 구곡선 BC와 신곡선 BCC까지의 각도　　O: 곡선 중심

R: 당초 곡선의 반경　　Ro: 신곡선의 반경(R-f)

직선 AP와 BP 사이에 R과 교각(IA)에 따른 접선장(TL)을 구하여 G,H 지점에 BC 와 EC를 정한다.

① C = 11.8 x $\frac{V^2}{R}$ - C′ (0 ~ 100)공식에 의해 캔트를 구하고

② 완화곡선장 (L)= 600 C (부득이한 경우 450 배까지 축소)

③ 이정량 (f) = $\frac{L^2}{24R}$ 을 구한다

④ 이정량(f) 만큼 안쪽으로 직선 AP′ 와 BP′ 를 기존 접선장과 평행선을 긋는다

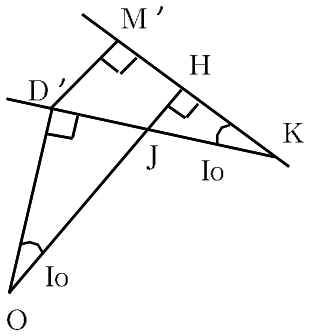
⑤ 당초 곡선반경 R에서 f만큼 뺀 Ro 가 새로운 곡선반경이 된다

⑥ 횡거(x) = L(1 - $\frac{L^2}{40Ro^2}$)를 구한다

⑦ 종거(y) = $\frac{L^2}{6Ro}$(1- $\frac{L^2}{56Ro^2}$)를 구한 다음

⑧ Io = $\frac{(R-y)}{Ro}$ $\cos^{-1}$ (대략 Io = 28.64789 x $\frac{Lo}{Ro}$)

⑧′ IA′ = IA - 2 x Io



- 위그림 △ OJD′ 에서 직선 OD = Ro, 직선KD′ 는 원 Ro에 접선하므로
  ∠OD′ J = 90°
  ∠OJD′ = 90 - Io (직각△ 이므로)
  △HJK또한직선OH=R직선KH는 원R에 접선하므로
  ∠OHK = ∠JHK = 90° ∴ 직각 △ 이다.
  ∠OJD′ = ∠HJK = 90 - Io (엇각)
  ∴ ∠JKH = ∠JOD′ = Io

⑨ Xm = X - Ro sin Io를 구하여 BTC 지점을 구한다

⑩ BTC(STA) = 기존 BC (STA) - Xm

⑪ BCC(STA) = BTC + L

⑫ ECC (STA) = BCC + CL(= 2πRo x $\frac{IA-2Io}{360}$)

⑬ ETC (STA) = ECC + L

7) 완화곡선 설치(편기각 방법) 예

(조건) R = 248 m (Rc-D/2 = 250-2.0) n(완화곡선장 배율) = 600배
Rc = 250 m(구조물 중심 곡선반경), D=4.0m(상,하선 궤도중심간격)
IA = 32°20′ 40″ = 32.34444°
IP 측점(STA) = 2k 900.000 (m)

TL = 248 x tan $\frac{32.34444°}{2}$ = 71.920 m

CL = 248 x 2 x 3.142 x $\frac{32.34444^\circ}{360}$ = 140.018 m

원곡선 시점(BC) = 2k 900.000 -71.920 = 2k 828.080 (m)

원곡선 종점(EC) = 2k 828.080 + 140.018 = 2k 968.098 (m)

캔트(C)= 11.8 x $\frac{V^2}{R}$ - C′ (V = 55km/H, C′ = 45 mm)

C = 11.8 x $\frac{55^2}{248}$ - 45 = 98.931 ≒ 100mm

L (완화곡선장) = n x C = 600 x 100 = 60 m

f (이정량) = $\frac{L^2}{24\times R}$ = $\frac{60\times 60}{24\times 248}$ = 0.6048 ≒ 0.605 m

Ro (신 곡선반경) = R -f = 248 - 0.605 = 247.395 m

A^2(바로미터) = L x Ro = 60 x 247.395 = 14,843.70

X (완화곡선 횡거) = L(1 - $\frac{L^2}{40Ro^2}$) = 60(1 - $\frac{60^2}{40\times 247.395^2}$)

= 59.912 m

Y (완화곡선 종거) = $\frac{L^2}{6Ro}$(1- $\frac{L^2}{56Ro^2}$) = $\frac{3600}{6\text{x}247.395}$(1- $\frac{60^2}{56\text{x}247.395^2}$)

= 2.4227 ≒ 2.423 m

Io = $\frac{(R-Y)}{Ro}$ COS^{-1} = $\frac{248-2.417}{247.395}$ COS^{-1}=6.93884 = 6°56′ 20″

IA′ = IA - 2xIo = 32.34444 - 2x6.93884 = 18.46676 = 18°28′ 00″

Cℓ(원 곡선장) = 2 x 3.142 x 247.395 x 18.46676 ÷360 = 79.747 m

Xm (당초 BC점에서 BTC 까지거리) = X - Ro sin Io

= 59.912 - 247.395 ×sin 6.93884 = 59.912 - 29.888 = 30.024 m

BTC(STA) = BC(STA)- Xm = 2k 828.080 - 30.024 = 2k 798.056

BCC(STA) = BTC(STA)+L= 2k 798.056 + 60.000 = 2k 858.056

ECC(STA) = BCC(STA)+Cℓ = 2k 858.056+79.747 = 2k 937.803

ETC(STA) = ECC(STA) +L = 2k 937.803 + 60.000 = 2k 997.803

- 임의 측점(STAx)의 각종 제원 계산

구 분	측점 (STA)	거리 (L)	거리 누계 (Lx)	곡선반경 Rx (해당지점)	횡거 (Xo)	종거 (Yo)	편기각 (δ)	환 산 각	비고 ($\frac{L^2}{R^2}$)
BTC	2k 798.056								
	800.000	1.944	1.944	7,635.648	1.944	0	0	0	0
	805.000	5.000	6.944	2,137.630	6.944	0.004	0.03300	0-01-59	0.00001
	810.000	5.000	11.944	1,242.775	11.944	0.019	0.09114	0-05-28	0.00009
	815.000	5.000	16.944	876.045	16.944	0.055	0.18598	0-11-10	0.00037
	820.000	5.000	21.944	676.435	21.943	0.119	0.31072	0-18-39	0.00105
	825.000	5.000	26.944	550.909	26.942	0.220	0.46785	0-28-04	0.00239
	830.000	5.000	31.944	464.679	31.940	0.366	0.65652	0-39-23	0.00473
	835.000	5.000	36.944	401.789	36.936	0.566	0.8792	0-52-41	0.00845
	840.000	5.000	41.944	353.893	41.929	0.828	1.13131	1-07-53	0.01405
	845.000	5.000	46.944	316.200	46.918	1.161	1.41751	1-25-03	0.02204
	850.000	5.000	51.944	285.764	51.901	1.573	1.73597	1-44-10	0.03304
	855.000	5.000	56.944	260.672	56.876	2.071	2.08536	2-05-07	0.04772
BCC	858.056	3.056	60.000	247.395	59.912	2.423	2.31593	2-18-57	0.05882
	860.000	1.944							

거리누계(Lx) = BTC부터 X 측점까지의 완화곡선 길이

곡선반경 (Rx) = $\frac{A^2}{Lx}$

A^2(바로미터) = 247.395 x 60 = 14,843.70

$\frac{L^2}{R^2} = \left(\frac{Lx}{Rx}\right)^2$

$Xo = Lx\left(1 - \frac{Lx^2}{40\ Rx^2}\right)$

$yo = \frac{Lx^2}{6Rx^2}\left(1 - \frac{Lx^2}{56Rx^2}\right)$

편기각 (δ) = $\frac{yo}{Xo}\ \tan^{-1}$

(4) 복심(複心)곡선(compound curve)

1) 복심곡선 설치

① 철도의 선형을 결정 할 때 지장물로 인해 그 지점을 비켜가거나, 운행중인 철도의 궤도 임시선(가선)을 설치 할 때, 동일 곡선(曲線)반경(半徑) 으로 설치가 곤란한 경우에는 곡선(曲線)반경(半徑)이 서로 다르고 곡선 중심방향이 같은 복심 곡선을 설치한다.

② 복심곡선의 설치조건

공식 : $\frac{R_1 \times R_2}{R_1 - R_2} \geq 1200$ R_1 및 R_2 : 인접곡선의 반경(m)

문제1. 3급선에 곡선을 부설하고자할 때 동향2곡선을 복심곡선으로 하고자할 때 기 설치한 곡선반경 R=600m일 때 인접곡선의 반경은 얼마이상으로 하여야하는지 계산하시오(3,4급선에 한함).

답) $\frac{R_1 \times R_2}{R_1 - R_2} \geq 1200$ ∴ $\frac{600 \times R_2}{600 - R_2} \geq 1200$

$600R_2 \geq -1200R_2 + 720000$ $1800R_2 \geq 720000$

$R_2 \geq 400m$ ∴ 400m

문제2 : 3급선 곡선 R=600일 때 인접곡선반경을 쓰시오

답) $600R_2 \geq -1200R_2 + 7200$, $1800R_2 \geq 7200$, ∴$R_2 \geq 400m$ 답)400m 이상

문제3. 국철3급선 구간에서 동일방향의 2개 곡선중 한쪽의 곡선반경이 600m 일 때 복심곡선으로 할 수 있는 다른 곡선반경이 범위를 쓰시오

1) R_1 에 600m를 대입하면... $\frac{R_1 \times R_2}{R_1 - R_2} \geq 1200$ ∴ $\frac{600 \times R_2}{600 - R_2} \geq 1200$

$600R_2 \geq 720000 - 1200R_2$ $1800R_2 \geq 720000$ $R_2 \geq 400m$

2) R_2 에 600m를 대입하면... $\frac{R_1 \times R_2}{R_1 - R_2} \geq 1200$ ∴ $\frac{R_1 \times 600}{R_1 - 600} \geq 1200$

$600R_1 \geq 1200R_1 - 720000$ $600R_1 \geq 720000$ $R_1 \leq 1200m$

따라서 $400 \leq R \leq 1200$

문제4. 복심곡선에서 V= 90㎞/h, 캔트차C '와 과잉구심가속도 F를 구하고 R 1200일때 캔트량을 구하시오.

1) 캔트차 $C = \frac{R_1 \times R_2}{R_1 - R_2} \geq 1200 = 1{,}200 = \frac{G \times V^2}{C.g}$ 에서

$C = \frac{G \times V^2}{1{,}200.g} = \frac{1{,}435 \times 25^2}{1{,}200 \times 9.8} = 76.26 = 76mm$

2) 과잉구심가속도 $F = \frac{g \times C}{G} = \frac{9.8 \times 0.076}{1{,}435} = 0.519m/sec^2$

3) R1,200 일 때 $C = 11.3 \times \frac{V^2}{R} = 11.3 \times \frac{90^2}{1{,}200} = 76\ mm$

*** 그러므로 C=76mm는 R=1200일 때 소요 캔트량과 같다.

참고) 궤도의 국부틀림과 좌굴강도는?

$P > R.g$ P= 레일의 축압력, R= 궤도의 국부틀림의 곡율반경, g= 도상횡방향 저항력

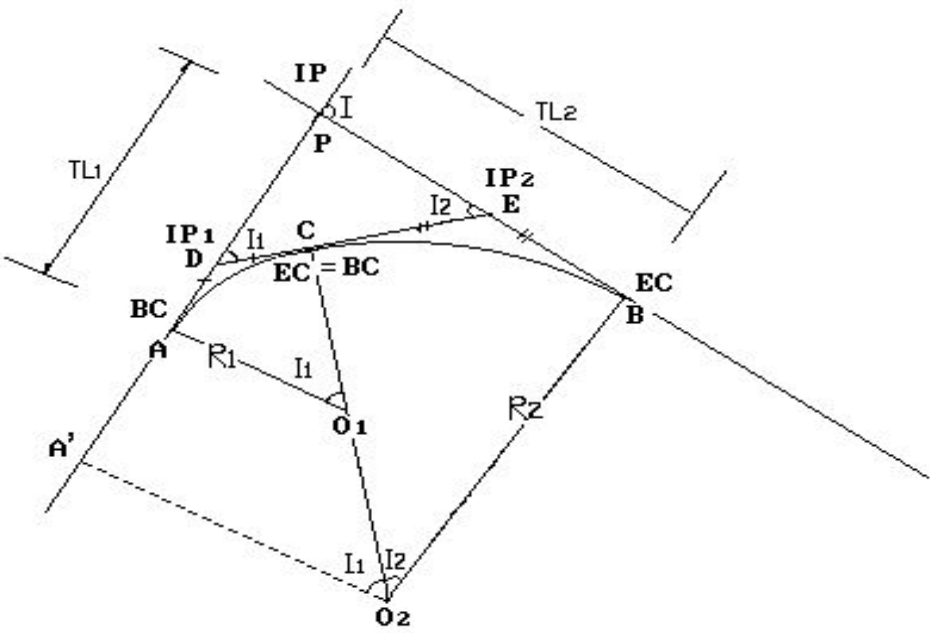
예) g= 40kg/m, P= 60t 일 때 $R > \frac{P}{g}$ 이므로 $R = \frac{60{,}000}{400} = 150m$ 이상

∴ 여유를보아 R= 200m 정도이하의 국부적인 곡율이 일부분이라도 있으면 좌굴의 염려가 있음

2) 복심곡선의 표시

R 1 = 작은 곡선반경 R 2 = 큰 곡선반경

I 1 = 곡선반경이 작은곡선의 중심각



I 2 = 곡선반경이 큰 곡선의 중심각

TL 1 = R 1 의 접선장 TL 2 = R 2 의 접선장

P = 곡선 의 교점 (IP) I A = 교점의 교각(I)

- 위 그림에서와 같이 두 곡선의 접속점 C에서 접선을 그어 기존 접선장과 만난 지점을 D 와 E 라 하면,

□ADCO 1 와 □BECO 2 에서

AD = DC = R 1 tan I 1 / 2

BE = EC = R 2 tan I 2 / 2

□ADCO 1 에서

∠A = ∠C = 90도 (접선이므로)

∠D = 360 - 2 x 90 - I 1 = 180 - I 1

∠PDC = 180 - (180 - I 1) =180 -180 + I 1 = I 1

□BECO$_2$ 에서

∠C = ∠B = 90도 (접선이므로)

∠E = 360 - 2 x 90 - I 2 = 180 - I 2

∠PDC = 180 - (180 - I 2) =180 -180 + I 2 = I 2

△ DPE에서

∠DPE = 180 - (I 1 + I 2)

AP선 상에서

∠DPE = 180 - I

∴ I = I 1 + I 2 ---------- ①

3) TL 1 과 TL 2 을 구하는 공식

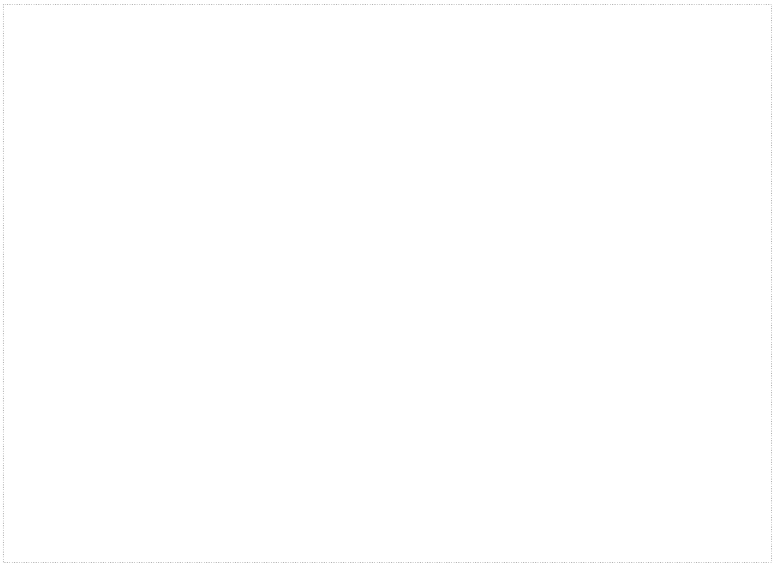
☞ 해설

- 접점 C에서 작은곡선 반경 R 1 으로 B점 방향으로 곡선을 연장하여 긋고 이 곡선과 직선 PB에 평행으로 접선하는 접선장 DE를 긋는다.

- 직선 PB는 DE와 평행하며, 그 직각 간격을 d 1 이라 하고, 같은 방법으로 접점 C

에서 큰 곡선 반경 R2로 A점 방향으로 곡선을 연장하여 긋고 이 곡선과 직선 PA에 평행으로 접선하는 접선장QF를 긋는다.

- 직선QF는PA와평행하며,그 직각간격을 d2라 한다.



① TL1을 구하는 공식

직선 EO1 = R1 I = I1 + I2 이며 ∠CO1E = I2

∵ □ADEO1 에서 내각의 합은 360°

∠CO1E = 360 - 2x 90 - (180 - I) - I1

= 360 - 180 -180 + I - I1

= I - I1 = (I1 + I2) - I1 = I2

- d1 = R2 - [(R2 - R1) cos I2] - R1

= R2 -(R2 cos I2 - R1 cos I2)- R1

= R2 -R2 cos I2 + R1 cos I2 - R1

= R2 (1- cos I2) - R1 (1 -cos I2)

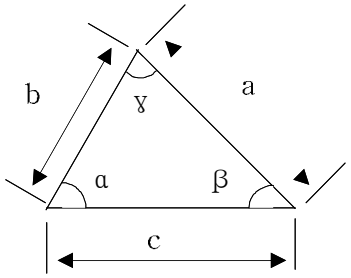
= R2 Vers I2 - R1 Vers I2

☞ 설명 (Vers = 1 - cos)

= (R2 - R1) Vers I2 ---------- ②

- △DPP′ 에서

☞ 참고 : sin 정리법칙



($\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$)을 적용하면

$\frac{DP}{\sin 90} = \frac{d1}{\sin(180-I)}$ => $\frac{DP}{1} = \frac{(R2-R1)VersI}{\sin I}$

$\therefore$ DP = $\frac{(R_2 - R_1)VersI_2}{\sin I}$ ---------- ③

☞ 설명 : 삼각함수의 덧셈정리

$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$

$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\therefore \sin(180 - I) = \sin180\cos I - \cos180\sin I$

$= 0 \times \cos I - (-1)\sin I = \sin I$

- 곡선 AE 의 현(弦) S를 구하면

$$S = R_1 \sin\frac{(I_1 + I_2)}{2} \times 2$$

$$= R_1 \sin\frac{I}{2} \times 2$$

$$= 2R_1 \sin\frac{I}{2} \quad \text{---------- ④}$$

- △ADE에서 사인정리의 법칙을 적용하면

$$\frac{S}{\sin D} = \frac{AD}{\sin E}$$

$$AD = \frac{S \times \sin E}{\sin D}$$

☞ (설명) $\angle D = 180 - I$

$\angle E = (180 - \angle D) \div 2$ ($\because$ 이등변 삼각형 이므로)

$= \{180 - (180 - I)\} \div 2$

$= (180 - 180 + I) \div 2$

$$= \frac{I}{2}$$

$$\therefore AD = \frac{2R_1 \sin I/2 \times \sin I/2}{\sin(180 - I)} = \frac{2R_1 \sin^2 I/2}{\sin I}$$

$$= \frac{2R_1 \times \frac{1 - \cos I}{2}}{\sin I} = \frac{R_1 \times (1 - \cos I)}{\sin I}$$

$$= \frac{R_1 VersI}{\sin I} \quad \text{---------- ⑤}$$

☞ 설명 : 삼각함수 배각의 공식에서

$\cos 2\alpha = \cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$

$= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = (1 - \sin^2\alpha) - \sin^2\alpha$

($\because \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$)

$= 1 - 2\sin^2\alpha$

여기서 α 대신 $\frac{I}{2}$를 대입(代入) 하면

$$\cos I = \cos\left(\frac{I}{2} + \frac{I}{2}\right) = 1 - 2\sin^2\frac{I}{2}$$

$$2\sin^2\frac{I}{2} = 1 - \cos I$$

$\therefore \sin^2 \frac{I}{2} = \frac{1-\cos I}{2}$

- TL1 = AD + DP

$= \frac{R_1 VersI}{\sin I} + \frac{(R_2 - R_1) VersI_2}{\sin I}$

$= \frac{R_1 VersI + (R_2 - R_1) VersI_2}{\sin I}$ ---------- ⑥

② TL2 를 구하는 공식

직선 BO2=FO2 = R2 I = I1 + I2 이며 ∠CO2F = I1

∵ □FQCO₂ 에서 내각의 합은 360°

∠CO2F = 360 - 2x 90 - (180 - I) - I2

= 360 - 180 -180 + I - I2

= I - I2 = (I1 + I2) - I2 = I1

- d2 = R2 - [(R2 - R1) cos I1] - R1

= R2 - (R2 cos I1 - R1 cos I1)- R1

= R2 - R2 cos I1 + R1 cos I1 - R1

= R2 (1- cos I1) - R1 (1 -cos I1)

= R2 Vers I1 - R1 Vers I1

= (R2 - R1) Vers I1 ---------- ⑦

- △PQQ′ 에서

sin 정리법칙 을 적용하면

$\frac{QP}{\sin 90} = \frac{(R_2 - R_1) Ve rsI_1}{\sin I} \frac{d_2}{\sin \angle Q}$ => $\frac{QP}{1} = \frac{d_2}{\sin(180-I)} = \frac{d_2}{\sin I}$

∴ QP = ---------- ⑧

☞ 설명 : 삼각함수의 덧셈정리

sin (α+β)= sinαcosβ + cosαsinβ

sin (α-β)= sinαcosβ - cosαsinβ

sin (180 - I)= sin180 cos I - cos180 sin I

= 0 x cos I - (-1)sin I = sin I

- 곡선 AE 의 현(弦) S′ 를 구하면

$S' = R_2 \sin \frac{(I_1 + I_2)}{2}$ x 2

$= R_2 \sin \frac{I}{2}$ x 2

$= 2R_2 \sin \frac{I}{2}$ ---------- ⑨

- △FQB 에서 사인정리의 법칙을 적용하면

$\frac{S'}{\sin(180-I)} = \frac{QB}{\sin \frac{I}{2}}$

$QB = \frac{S' \times \sin \frac{I}{2}}{\sin I}$

$$\therefore QB = \frac{\sin\frac{I}{2}\times 2R_2\sin\frac{I}{2}}{\sin I} = \frac{2R_2\sin^2\frac{I}{2}}{\sin I}$$

$$= \frac{2R_2\times\frac{1-\cos I}{2}}{\sin I} = \frac{R_2(1-\cos I)}{\sin I}$$

$$= \frac{R_2 VersI}{\sin I} \quad \text{---------- ⑩}$$

☞ 설명 : 삼각함수 배각의 공식

$\cos 2\alpha = \cos(\alpha+\alpha) = \cos\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\sin\alpha$

$= \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

$= (1-\sin^2\alpha) - \sin^2\alpha \quad (\because \sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1)$

$= 1 - 2\sin^2\alpha$

여기서 α 대신 $\frac{I}{2}$를 대입(代入) 하면

$\cos I = \cos(\frac{I}{2} + \frac{I}{2})$

$= 1 - 2\sin^2\frac{I}{2}$

$2\sin^2\frac{I}{2} = 1 - \cos I$

$\therefore \sin^2\frac{I}{2} = \frac{1-\cos I}{2}$

$TL1 = AD + DP$

$$= \frac{R_1 VersI}{\sin I} + \frac{(R_2 - R_1)VersI_2}{\sin I}$$

$$= \frac{R_1 VersI + (R_2 - R_1)VersI_2}{\sin I} \quad \text{---------- ⑪}$$

(5) 종곡선(縱 曲線 : Vertical Curve)

1) 종곡선의 정의

- 궤도의 구배 변화점에서는 통과열차에 충동(衝動)을 주어 승차감을 나쁘게 할 뿐 아니라 열차의 순간 부상으로 탈선의 우려가 있어 열차의 원활하고 안전한 운행을 위하여 구배 변환점에 삽입하는 곡선을 말한다.

- 도시철도의 경우 인접구배의 변화가 5‰를 초과 할 때에는 아래 그림과 같이 구배 변화점에 레일 길이 방향으로 종곡선을 삽입한다.(도시철도 건설규칙 제18조)

2) 구배 변경점에서 종곡선을 삽입하지 않을 시 발생현상

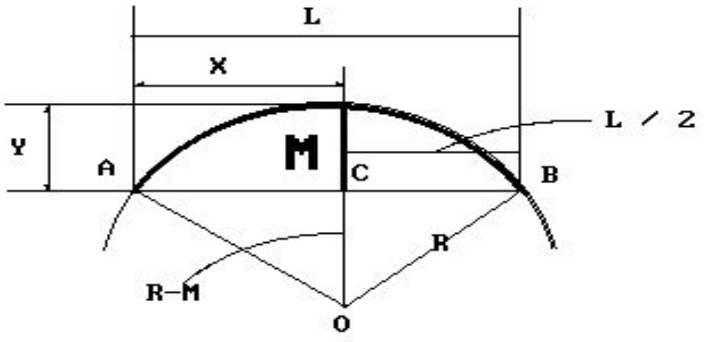
- 연결기 파손 우려
- 차량 탈선 위험
- 승차감 불량
- 궤도 틀림 발생

3) 종곡선을 원곡선으로 설계하고 있으며 그 반경의 크기를 결정하는 요인은

- 평면곡선과 경합에 의한 탈선 방지
- 건축한계 및 차량한계와의 관계
- 차량부상에 대한 안전도

4) 중앙종거 계산

① 곡선의 중앙종거



L = 실길이(현장)　　R :곡선반경　　M : 중앙종거

x = 접선장 길이　　y : 접선장 x에 대한 종거

∠ACO = 90도

② 곡선 임의점 A,B에서의 중앙종거 계산

△BCO 에서 피타고라스 정리를 응용하면

$R^2 = BC^2 + CO^2 = BC^2 + (R-M)^2$

$R^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2 + R^2 - 2MR + M^2 = \frac{L^2}{4} + R^2 + M^2 - 2RM$

$R^2 - R^2 + 2RM = \frac{L^2}{4} + M^2$

$2RM = \frac{L^2}{4} + M^2$

$$M = \frac{L^2}{4\times 2R} + \frac{M^2}{2R} = \frac{L^2}{8R} + \frac{M^2}{2R}$$

여기서 M 은 미터단위 이며 소수점 이하 두 자리 수이고 제곱하면 소수점 이하 3 자리수 가 되고 다시 2R로 나누게되면 소수이하 5자리가 되므로 0.1mm 도 안 된다.

예를 들어 R=250의 종거는 M=50mm 이다 즉 M=0.05m 인데 공식에 적용해 보자면

$$M = \frac{l^2}{2R} = \frac{0.05\times 0.05}{2\times 250} \times 1000 = \frac{0.0025}{500} \times 1000 = 0.005\text{mm}$$ 이다

$\therefore \frac{M^2}{2R}$는 생략해도 무방하다

$$\therefore \text{공식} : M = \frac{L^2}{8R}$$

문제1. R = 250m 원곡선에서 10m 실로 방향을 측정한 결과 종거량은 얼마인가?

답) $M = \frac{l^2}{8R} = \frac{10\times 10}{8\times 200} \times 1000 = 62.5\text{mm}$

문제2. R = 400m 원곡선에서 10m 실로 방향을 측정한 결과 틀림량이 -4mm라 하면 종거량은 얼마인가?

답) $M = \frac{l^2}{8R} = \frac{10\times 10}{8\times 400} \times 1000 = 31\text{mm}$ $\therefore$ 31 - 4 = 27mm

문제3. R = 500의 원곡선에서 10m 실로 종거를 측정하였더니 28mm였다. 방향 틀림량은 얼마인가?

답) $M = \frac{l^2}{8R} = \frac{10\times 10}{8\times 500} = 0.025\text{m} = 25\text{mm}$ $\therefore$ 28 - 25 = 3mm

③ 접선장 χ 에 대한 종거 y계산

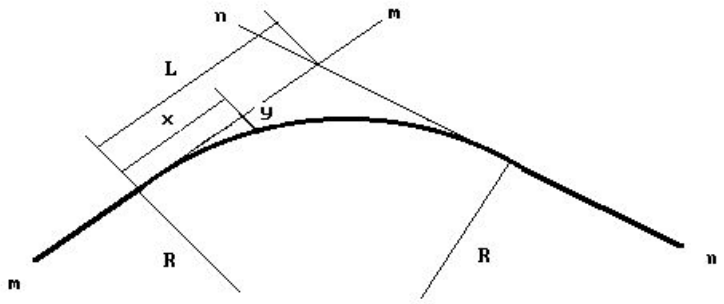
$M = \frac{L^2}{8R}$ 에서 $\chi = \frac{L}{2}$ $L = 2\chi$ 이므로

$$M = \frac{(2\chi)^2}{8R} = \frac{4\chi^2}{8R} = \frac{\chi^2}{2R}$$

☞ 참고 : 위 공식을 $y = \frac{\chi^2}{2R}$ 로 고치면 종곡선 종거 계산식이 된다

또 이 공식을 이용하여 직선 상에서 횡거법으로 간단하게 곡선을 설치 할 수 있다

5) 종곡선 공식



m: $\frac{M}{1000}$ (‰) n: $\frac{N}{1000}$ (‰)

R = 3000 m (종곡선 반경)

L : $\frac{R}{2000}(m \pm n)$

종곡선 길이 공식에서 ±의 선택

구배의 기울기 가 같은 방향일 때 : -

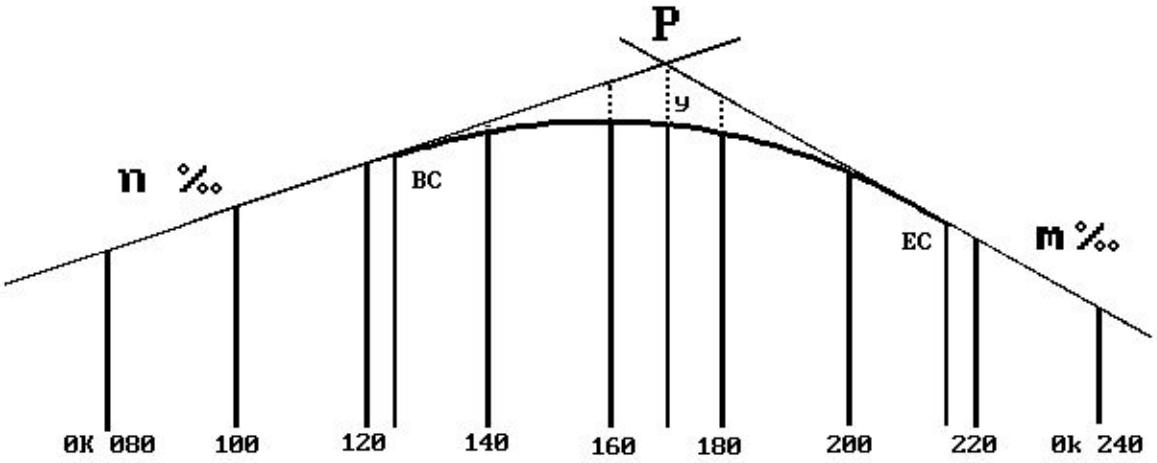
구배의 기울기 가 반대 방향일 때 : +

x : 임의점의 횡거 (단위;m)

y : 임의점의 종거 (단위:mm)

y = $\frac{\chi^2}{2R}$

6) 종곡선 계산 예



측점 S T A		0k 100	120	BC 125	140	160	170	180	200	EC 215	220	240
R L 레일 높이	당초	7.000	7.200	7.250	7.400	7.600	7.700	7.500	7.100	6.800	6.700	6.300
	y값	-	-	0	0.038	0.204	0.338	0.204	0.038	0	-	-
	변경	7.000	7.200	7.250	7.362	7.396	7.362	7.296	7.062	6.800	6.700	6.300

(조건) R = 3000m 교점 측점(STA) = 0k 170

n = +10‰ m = - 20‰

L = $\frac{R}{2000}(n \pm m)$ = $\frac{3000}{2000}$x(10 + 20) = 45 m

(∵ 구배 기울기가 서로 반대반향이므로 +)

BC 측점(STA) = 0 k 170 - 45 = 0 k 125

EC 측점(STA) = 0 k 125 + 90 (2 L) = 0 k 215

각 측점마다 y값을 구한다. y = $\frac{\chi^2}{2R}$

y 1 (B C, E C 지점) = $\frac{0^2}{2\times3000}$= 0 (m)

y 2 (0k 140) = $\frac{(140-125)^2}{6000}$ = 0.0375 ≒ 0.038 (m)

y_3 (0k 160) = $\frac{(160-125)^2}{6000}$ = 0.204 (m)

y_4 (교점, 0k 170) = $\frac{(170-125)^2}{6000}$ = 0.3375 ≒ 0.338 (m)

y_5 (0k 180) = $\frac{(215-180)^2}{6000}$ = 0.204 (m)

y_6 (0k 200) = $\frac{(215-200)^2}{6000}$ = 0.0375 ≒ 0.038 (m)

① R L(레일 높이)계산 : 당초 R L - y 종거

- 0k 100 = 7.000
- 0k 120 = 0K 100 R L + L(=20) x $\frac{n}{1000}$ = 7.000 + 20 x $\frac{10}{1000}$
  = 7.000 + 0.200 = 7.200
- 0k 125 = 7.250 - 0 = 7.250 (m)
- 0k 140 = 7.400 - 0.038 = 7.362
- 0k 160 = 7.600 - 0.204 = 7.396
- 0k 170 = 7.700 - 0.338 = 7.362
- 0k 180 = 7.500 - 0.204 = 7.296
- 0k 200 = 7.100 - 0.038 = 7.062
- 0k 215 = STA 0K 170 당초 R L - (215-170) x $\frac{20}{1000}$
  = 7.700-0.900 = 6.800
- 0k 220 = STA 0K 170 당초 R L - (220-170) x $\frac{20}{1000}$= 7.700-1.000
  = 6.700
- 0k 240 = 7.700 - (240 - 170) x $\frac{20}{1000}$
  = 7.700 - 1.400 = 6.300

(6) 반향곡선(Reverse curve)간 최소 직선거리

1) 정의 : 반향곡선에서는 그 방향이 급변하여 차량이 원활하게 운행하기 어려우므로 양곡선 사이에 상당한 길이의 직선을 삽입하여 주행차량의 동요를 감속시켜 준다

2) 선로의 등급에 따라 인접한 양곡선 간에서 캔트체감 후 일정거리의 직선삽입
(직선길이를 결정하는 기준은 차량의 고유진동주기 1.5초 감안한 것이다)

- 1급선 : 70m 150×{1000/3600}×1.5 = 62.5
- 2급선 : 50m 120×{1000/3600}×1.5 = 50
- 3급선 : 30m 80×{1000/3600}×1.5 = 33.3
- 4급선 : 30m 70×{1000/3600}×1.5 = 29.2

문제1. 등급별 최소직선길이 산출근거를 설명하시오

답) 차량의 고유진동주기는 기관차 1.3초 , 객화차 1.5초 가량이므로 큰쪽을 취하여 1.5초간에 질주하는 길이이므로

1) 1급선 : $\frac{150\times1000}{60\times60}\times1.5초 = 62.5 \fallingdotseq 70\ m$

2) 2급선 : $\frac{120\times1000}{60\times60}\times1.5초 = 50\ m$

문제2. 열차속도 V=100㎞/h 이며 차량의 고유진동주기는1.5초 일 때 반향곡선의 최소 직선길이를 구하시오.

답) $\frac{100(열차속도)\times1,000}{60\times60}\times1.5 = 41.666 = 41.67m$

3) 직선을 삽입할 수 없는 경우의 반향곡선에 있어서는

- 직선을 삽입하지 아니하고
- 완화곡선의 시·종단에 접속시키도록 규정
- 완화곡선이 없는 큰 반경의 곡선에는 캔트체감 후 접속토록 규정
(이는 짧은 직선을 삽입하는 것보다 승차감이 좋기 때문)

문제1. 3급선에서 반향곡선을 설치하고자 한다. 그러나 선형상 인접한 두곡선 사이에 직선을 삽입할수없을 때 한 곡선반경을 500m로 하였을 때 다음반향곡선의 반경은 얼마이상으로 하여야 하는지 계산하시오.

답) 3.4급선 반향곡선의 직선삽입제한 곡선반경

$\frac{R_1\times R_2}{R_1 - R_2} \geq 1200$ $\therefore$ $\frac{500R_2}{500 - R_2} \geq 1200$

$500R_2 \geq 500\times200R_2$ $1,700R_2 \geq 600,000$

$\therefore R_2 \geq 600,000/1,700 = 352.9 \fallingdotseq 360m$

4) 동일방향 2곡선에 있어서는

- 3.4급선에 한하여 다음공식 범위 내에서 복심곡선으로 함

$\frac{R1\times R2}{R1 - R2} \geq 1,200$ (R1 R2 : 인접곡선의 반경 m)